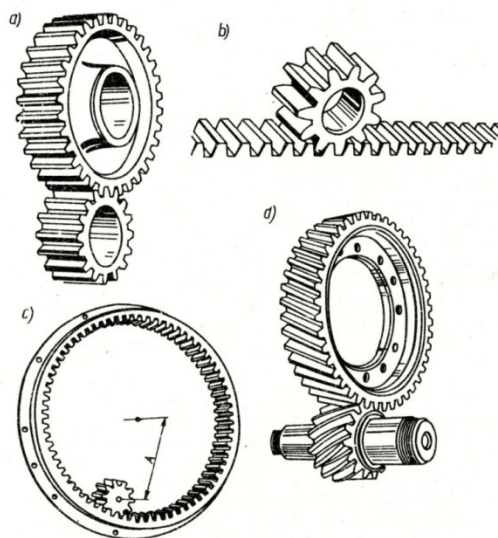


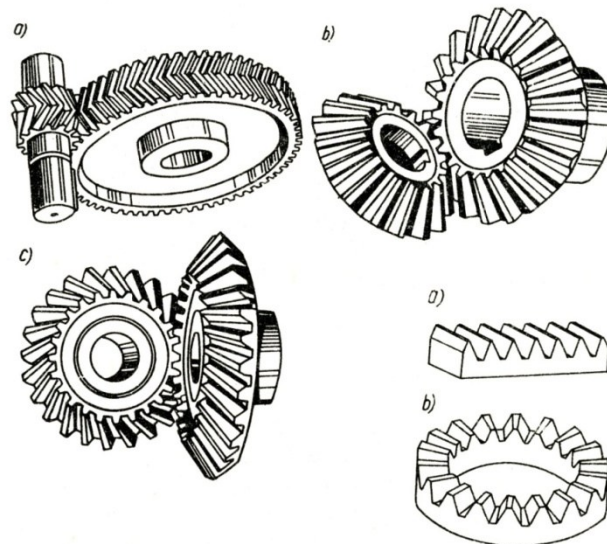
Rozdział 4

Przekładnie zębate

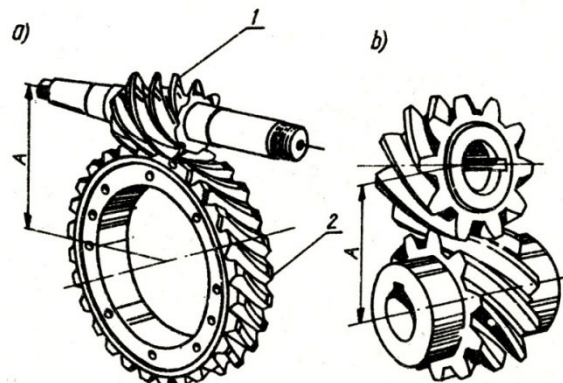
Na rysunkach 4.1 i 4.2 pokazano najczęściej stosowane przekładnie z kołami walcowymi z uzębieniem zewnętrznym i z kołami stożkowymi. Przełożenie tych przekładni zwykle nie przekracza 7, a w przypadku zegarowego zarysu zębów 10 - 11. Jeśli potrzebne jest większe przełożenie – co jest częste, gdy na przykład dużą prędkość wałka silnika elektrycznego (najczęściej 3000 obr/min) należy zredukować do małej prędkości (np. 1 obr/min) – stosuje się wtedy przekładnie wielostopniowe. Skutkuje to koniecznością istnienia wielu wałków i wielu łożysk.



Rys. 4. 1. Typowe przekładnie zębate: (a) walcowa o zębach prostych, (b) zębatka i listwa zębata, (c) walcowa z kołem o uzębieniu wewnętrznym, (d) walcowa o zębach skośnych



Rys. 4.2. Typowe przekładnie zębate: (a) uzębienie daszkowe, (b) przekładnia kąтова o zębach prostych, (c) przekładnia kąтова o zębach skośnych

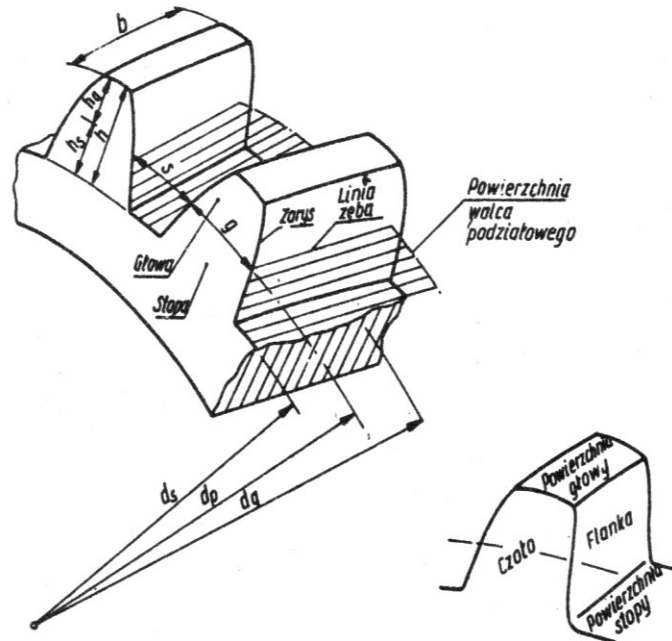


Rys. 4.3. Przekładnia ślimakowa (a) 1 – ślimak, 2 – ślimacznica i (b) przekładnia kąтова

Jeśli zależy na małych gabarytach i zwartej konstrukcji, stosuje się przekładnie planetarne (o ruchomych osiach obrotu); przykład konstrukcji pokazano na rysunku 4.23. Innym rozwiązaniem jest przekładnia ślimakowa (Rys. 4.3a), jednak jej wadą jest bardzo mała sprawność, rzędu 0,5.

Dodatkową własnością przekładni kątowych i ślimakowych jest zmiana płaszczyzny obrotu wałków; tej możliwości nie mają inne przekładnie.

Geometria uzębienia



Rys. 4.4. Geometria uzębienia

Na rysunku 4.4 pokazano kształt i wymiary zęba i koła zębatego walcowego o uzębieniu zewnętrznym i zębach prostych. Charakterystyczne nazwy i wymiary są następujące:

- średnica stóp d_s , średnica głów (średnica zewnętrzna) d_g i średnica podziałowa d_p ;
- wysokość stopy h_s i wysokość głowy zęba h_g ;
- szerokość wieńca koła zębatego b ;
- szerokość wrębu s i grubość zęba g . Są to długości łuków (a nie cięciw) na kole podziałowym; suma tych wielkości nazywa się podziałką t :

$$t = s + g$$

Zauważmy, że długość obwodu koła podziałowego jest: $Obw = \pi \cdot d_p$. Obwód jest podzielony na z równych łuków, gdzie z jest liczbą zębów; zatem:

$$Obw = \pi \cdot d_p = t \cdot z \quad (4.1)$$

Dla celów normalizacji w krajach europejskich wprowadzono pojęcie *modułu*, m , który zdefiniowano jako:

$$m = \frac{t}{z} \quad (4.2)$$

Zatem wzór (4.1) przyjmie postać:

$$d_p = m \cdot z \quad (4.3)$$

Wartości modułu są znormalizowane i są podawane w milimetrach; oto podzbiór wartości charakterystyczny dla mechatroniki: ... 0,125; 0,28; 0,4; 0,5; 0,6; ...; 1,0; 1,25; 1,5; 1,75; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10; ...

W krajach anglosaskich przyjęto inny wymiar charakterystyczny: jest to *Diametr Pitch (DP)*, zdefiniowany jako stosunek liczby zębów do średnicy podziałowej D wyrażone w calach:

$$DP = \frac{z}{D} \quad (4.4)$$

Zatem związek DP z modulem m w milimetrach jest następujący:

$$DP = \frac{z}{D[\text{cal}]} = \frac{\frac{d_p[\text{mm}]}{m}}{\frac{d_p[\text{mm}]}{25,4}} = \frac{25,4}{m[\text{mm}]} \frac{1}{\text{cal}} \quad (4.5)$$

Część zęba ponad kołem podziałowym (rys. 4.4) nazywa się *głową zęba*, pozostała część *stopą zęba*. Powierzchnia boczna nazywa się *flanką* lub *bokiem*. Określona jest linią nazywaną *zarysem zęba*.

Kształt zarysu decydująco wpływa na własności przekładni zębatej. Z reguły stosowany jest zarys ewolwentowy, ze względu na swoje korzystne własności:

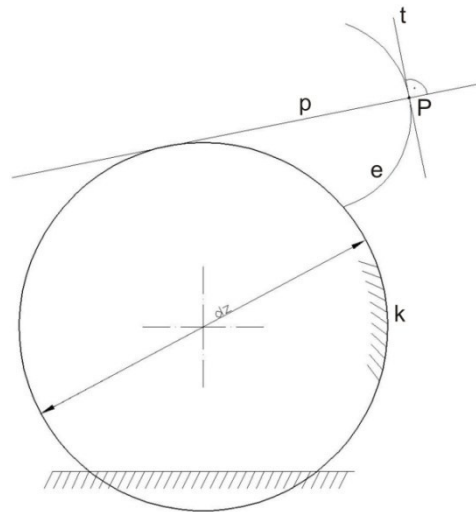
- Chwilowe przelozenie przekładni jest stałe i równe przelozeniu średniemu;
- Powyższa własność jest prawdziwa także i wtedy, gdy zmieni się odległość środków kół;
- Zarys zęba jest linią prostą dla koła o nieskończonej liczbie zębów (czyli dla listwy zębatej) (rys. 1b), czyli także dla narzędzia do frezowania obwodniowego kół zębatych – o czym dalej (rys. 4.11).

W przypadku, gdy tworzy się przekładnię **zwiększającą** kąt obrotu (tzw. 'przyspieszającą'), tzn. o przelozeniu znacznie mniejszym od jedności (jak np. w zegarach mechanicznych albo innych napędach sprężynowych, gdzie sprężyna napędowa może wykonać tylko kilka obrotów), stosuje się zarys *cykloidalny*. Ten zarys umożliwia zbudowanie przekładni, w której napędzane koło może mieć mało zębów (nawet 6 – 8). W tej sytuacji zarys ewolwentowy ma bardzo małą sprawność lub nawet może powodować samo-zakleszczanie przekładni, o czym dalej.

Zarys ewolwentowy

Niech będzie dany nieruchomy okrąg k o średnicy d_k nazywany dalej *kołem zasadniczym* (rysunek 4.5). Po tym kole obtacza się prosta p **bez poślizgu**. Każdy

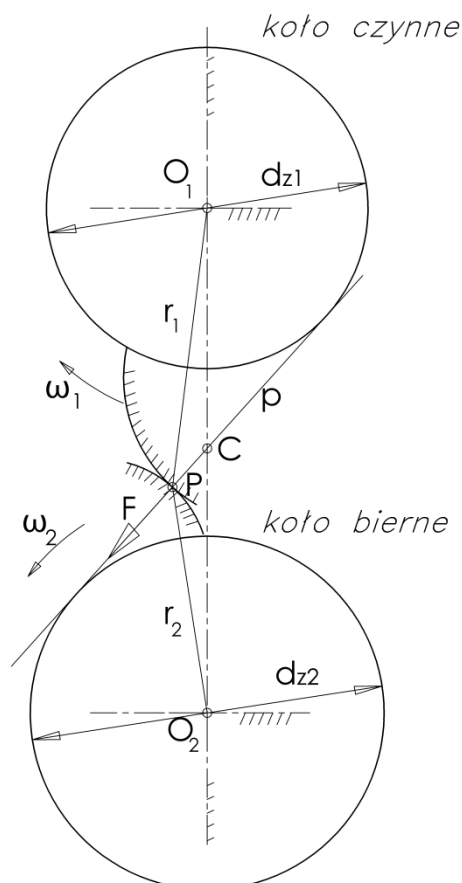
punkt tej prostej zatacza luk e , który jest *evolwentą*. Ważną własnością ewolwenty jest to, że w każdym jej punkcie P prosta p jest jej normalną (wyznacza kierunek normalny), czyli jednocześnie jest prostopadła do prostej stycznej t . Zatem powtórzmy: w dowolnym punkcie ewolwenty prosta normalna p jest styczna do koła zasadniczego.



Rys. 4.5. Ewolwenta e , prosta normalna p i prosta styczna t do ewolwenty w punkcie P , k – koło zasadnicze; d_z – średnica koła zasadniczego

Zbadajmy współpracę dwóch kół zębatych o zarysie ewolwentowym (rysunek 4.6). Koła zasadnicze nie zmieniają swoich środków (są współśrodkowe z rzeczywistymi kołami zębatymi). Zęby stykają

się w punkcie P . Ponieważ ich zarysy (czyli ewolwenty) są krzywymi gładkimi i wypukłymi, **muszą** mieć w punkcie styku **wspólną** prostą normalną p , i ta prosta jest stała (nieruchoma) podczas obrotu kół zębatych. Prosta p nazywa się *prostą przyporu*, a punkt P nazywa się *punktem przyporu*. Gdyby nie było tarcia między zębami, siła międzyzębna F leżałaby na prostej przyporu.



Rys. 4.6. Współpraca zębów o zarysie ewolwentowym, P – punkt przyporu, C – środek zazębienia, F – siła przyporu; okręgi są kołami zasadniczymi

Zalóżmy, że koło górne jest kołem czynnym (napędzającym), a koło dolne kołem biernym (napędzanym).

Z analizy wektorów prędkości¹ wynika, że chwilowe przelozienie przekladni zdefiniowane jako $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ jest stosunkiem ramion $O_2P = r_2$ do $O_1P = r_1$:

$$i = \frac{r_2}{r_1} \quad (4.6)$$

Ponieważ podczas obrotu kół punkt przyporu P przesuwają się wzdłuż prostej, ten stosunek jest stały i dzięki temu przelozienie chwilowe i jest także stałe. To jest podstawowa własność zarysu ewolwentowego. Z niej wynikają dalsze:

- Przelozienie nie zmienia się po zmianie odległości srodków kół O_1O_2 (np. na skutek luzów w lozyskach, zmian termicznych czy tolerancji wykonawczych);
- Siła międzyzębna (siła przyporu) F ma stały kierunek; dzięki temu – jeśli moment sil M przenoszony przez przekladnię jest stały, to siła F też jest stała (ponieważ $M = r.F$) i siły reakcji w lozyskach są stałe, dzięki czemu polozenie walków kół jest stałe i nie ma drgań mechanicznych;
- Wykonanie ewolwenty jest (na podstawie jej definicji) możliwe przez odtaczanie prostej, co leży u podstaw tzw. metody obwiedniowej (rysunek 13), gdzie zarys narzedzia (np. freza) jest prostoliniowy, i dzięki temu tym samym narzedziem można wykonywać koła o dowolnej liczbie zębów (choć o tym samym module, aby zachować wysokość zębów).

Rozstawienie kół

Odległość srodków kół niekorygowanych wynosi:

$$\frac{d_{p1} + d_{p2}}{2} = m \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (4.7)$$

Z rysunku 4.6 logicznie wynika, że zęby muszą pomieścić się między kołami zasadniczymi, zatem srednice podzialowe (rysunek 4.4) powinny być większe od srednic kół zasadniczych.

Prosta przyporu p jest nachylona do prostej srodków kół O_1O_2 pod kątem $90 - a$, gdzie a nazywany jest *kątem przyporu* a (rysunek 4.7). Kąt przyporu został znormalizowany i wynosi z reguly 20° , niekiedy $17,5^\circ$ lub $22,5^\circ$.

Na podstawie rysunku 4.7 widać, że srednica koła zasadniczego

$$d_z = d_p \cdot \cos \alpha \quad (4.8)$$

¹ Tzw. prawo *Willisa* [Osiński]

Własności zarysu ewolwentowego

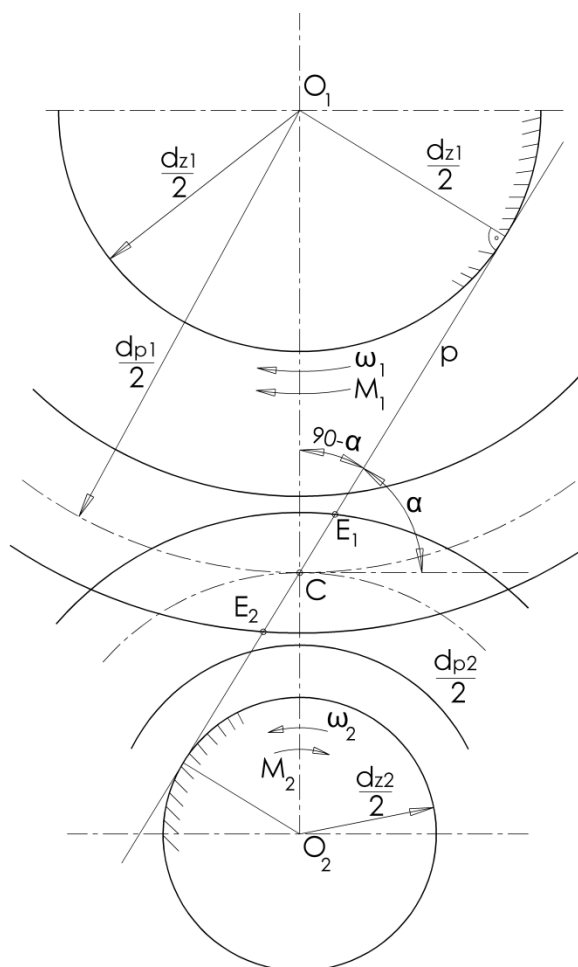
- Przełożenie chwilowe i_c jest stałe;
 - Linia przyporu jest linią prostą, a zatem siła międzyzębna F ma stały kierunek;
 Te dwie własności powodują, że jeśli podczas wirowania kół moment obciążenia jest stały to moment napędowy też jest stały i siła międzyzębna ma stałą wartość i niezmienny kierunek dzięki czemu reakcje w łożyskach są także stałe i przekładnia nie powoduje drgań i hałasu, i koła wirują ze stałą prędkością. Natomiast zmiany obciążenia przekładni powodują oczywiście zmiany **wartości** siły międzyzębnej. Jednak jeśli inne siły (np. siła ciężkości) są niewielkie i można je pominąć w rozważaniach, to podczas pracy przekładni siły reakcji w łożyskach nie zmieniają kierunku i przekładnia nie drga.

Inną własnością zazębienia ewolwentowego jest ta, że zarys zęba zależy tylko od modułu i od liczby zębów, ale nie zależy od liczby zębów koła współpracującego. Co więcej, do wykonania koła metodą obwiedniową wystarczy jeden frez o danym module, niezależnie od tego jaką dane koło ma mieć liczbę zębów.

Współpraca kół o zarysie ewolwentowym

Na rysunku 4.6 pokazano wzajemne położenie dwóch współpracujących zębów, przy założeniu, że obydwa mają zarys ewolwentowy. Założmy, że napędowym (czynnym) jest koło górne i obraca się w prawo czyli zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Punkt zetknięcia P nazywa się **punktem przyporu**. Ponieważ ewolwenty są krzywymi gładkimi, w punkcie styku muszą mieć **wspólną** prostą normalną p , która jest jednocześnie styczna do dwóch kół zasadniczych.

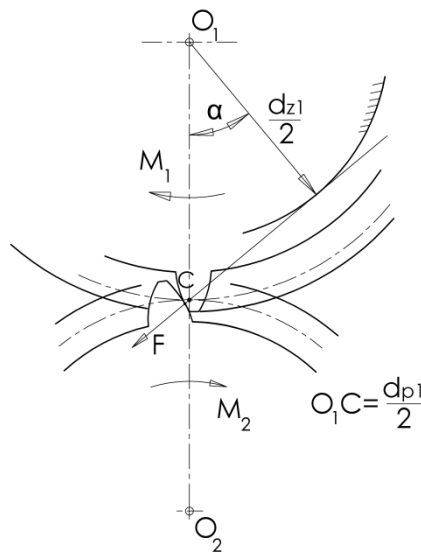
Współpraca (czyli zetknięcie się kół) zaczyna się w punkcie E_1 (rys. 4.7) który jest przecięciem prostej przyporu z okręgiem wierzchołkowym koła biernego a kończy w punkcie E_2 który jest przecięciem prostej przyporu z okręgiem wierzchołkowym koła czynnego. Odcinek E_1E_2 linii przyporu nazywa się *odcinkiem przyporu*.



Rys. 4.7. Odcinek przyporu E_1E_2 ; E_1 – początek przyporu (wzębienie zębów), E_2 – koniec przyporu (wyzębienie zębów)

Sily i momenty sil w przekladni

Jak wyżej wykazano, w przekładni o zarysie ewolwentowym linia przyporu jest linią prostą i nie zmienia się podczas obrotu kół. Na niej leży siła przyporu F . Moment zewnętrzny M_1 przyłożony do koła czynnego jest równoważony momentem od siły przyporu F (rys. 4.8):



Rys. 4.8. Przenoszenie siły i momentu w przekładni

$$M_1 = F \cdot \frac{d_{z1}}{2}$$

Analogicznie dla koła biernego:

$$M_2 = F \cdot \frac{d_{z2}}{2}$$

Po porównaniu otrzymujemy:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{d_{z2}}{d_{z1}}$$

a po wykorzystaniu związków:

$d_z = d_p \cdot \cos \alpha$ oraz $d_p = m \cdot z$ otrzymujemy:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{z_2}{z_1} = i \quad (4.12)$$

Na podstawie rysunku 4.8 widać, że rzeczywista siła normalna międzyzębna (siła przyporu) wynosi:

$$F = \frac{M_1}{\frac{d_{z1}}{2}} \quad (4.13)$$

Po uwzględnieniu związku:

$$d_z = d_p \cdot \cos \alpha \quad (4.14)$$

otrzymujemy:

$$F = M_1 \cdot \frac{2}{d_{p1} \cdot \cos \alpha} \quad (4.15)$$

Widać, że dla zadanego momentu M_1 siła międzyzębna rośnie gdy kąt przyporu α rośnie. To jest ważny wniosek.

Samohamowność przekładni

Mówimy, że przekładnia jest samohamowna, gdy dowolnie duży moment (czy siła) przyłożony do członu napędowego nie powoduje ruchu przekładni.

Na rys. 4.9 pokazano przekładnię ewolwentową, w której koło bierne (dolne) ma bardzo małą liczbę zębów, zatem małą średnicę podziałową i małą średnicę koła zasadniczego. Uwzględniamy teraz także siłę tarcia:

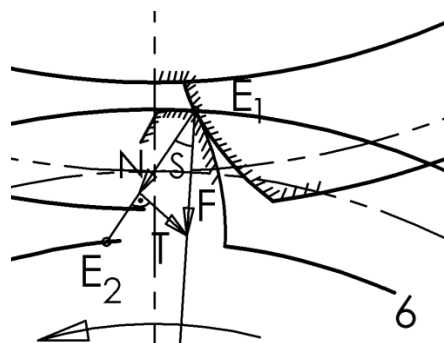
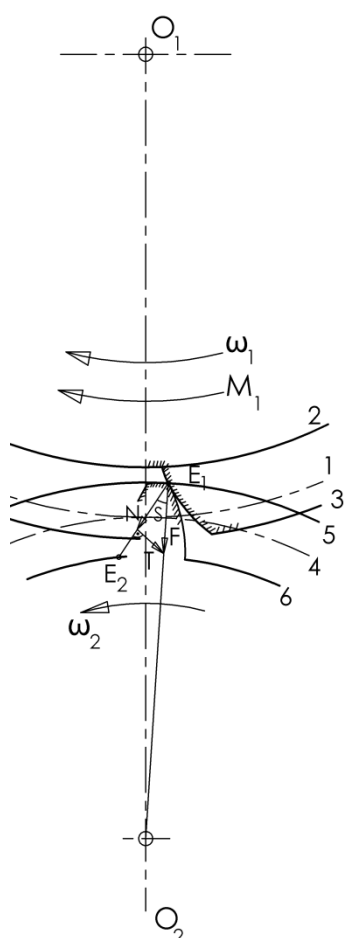
$$T = N \cdot \mu \quad (4.16)$$

gdzie N jest składową normalną wypadkowej siły międzyzębnej F .

Jeśli rzeczywista siła międzyzębna F działająca na koło bierne (będąca sumą siły normalnej N i siły tarcia T czyli będąca ich wypadkową) przechodzi **na prawo** od punktu obrotu tego koła O_2 , to powoduje obrót tego koła w prawo, czyli w pożądanym kierunku. Teraz założmy, że koło bierne ma bardzo małą średnicę, co uwidoczniło na rys. 4.9. Pokazano tu sytuację, gdy wypadkowa F przechodzi przez punkt obrotu O_2 koła biernego, nie daje więc momentu obrotowego, zatem nie powoduje obrotu koła biernego – to znaczy że przekładnia jest nieruchoma, niezależnie od wartości momentu napędzającego M_1 , czyli **samohamowna**. Zwiększanie wartości momentu napędzającego M_1 spowoduje wzrost siły tarcia i

siły normalnej, ale nie zmieni **kierunku** ich wypadkowej.

Odsunięcie punktu obrotu O_2 od koła czynnego (czyli wzrost liczby zębów koła biernego) spowoduje że przekładnia przestaje być samohamowna.



Rys. 4.9. Ilustracja zjawiska samohamowności przekładni w chwili początku ząbkowania (punkt przyporu w E_1); N - składowa normalna, T - siła tarcia, ρ - kąta tarcia, 1,2,3 - koło podziałowe, koło stóp i koło wierzchołkowe koła czynnego, 4,5,6 - koło podziałowe, koło stóp i koło wierzchołkowe koła biernego, E_1E_2 - odcinek przyporu

Z rysunku 4.9 widać, że samohamowności sprzyja:

- wzrost współczynnika tarcia (czyli wzrost kąta tarcia ϱ) oraz
- zmniejszanie średnicy - czyli mała liczba zębów koła biernego (przybliżanie punktu O_2 do punktu O_1);
- wzrost kąta przyporu.

Uwaga: omawiane zjawisko samohamowności zachodzi tylko podczas **wzębienia**.

Sprawność

Rozpraszana (tracona) energia E_{strat} jest energią sił tarcia międzyzębego²:

$$N_{strat} = \int_{E_1}^{E_2} F \cdot d\dot{s} \quad (4.17)$$

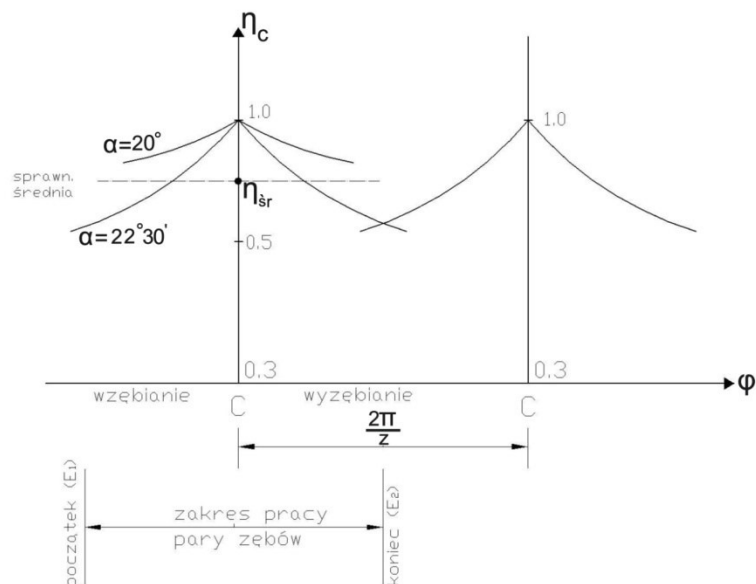
gdzie \dot{s} jest prędkością poślizgu wzajemnego zębów a E_1 i E_2 są początkiem i końcem przyporu. Gdy punkt przyporu P znajdzie się na linii środków kół O_1O_2 to prędkość poślizgu jest zero i rozpraszana energia chwilowa jest zero. Zatem , zgodnie ze wzorem

$$\eta = 1 - \frac{N_{strat}}{N_{we}} = 1 - \frac{\frac{M_{tar}}{\Delta t}}{\frac{M_{we}}{\Delta t}} = 1 - \frac{M_{tar}}{M_{we}} \quad (4.18)$$

chwilowa sprawność w punkcie C jest 1,00 (rysunek 4.10).

Sprawność chwilowa jest mniejsza w położeniu wzębienia. Na przykład dla przekładni o licznie zębów $z_1 = 64$ i $z_2 = 8$, dla współczynnika tarcia $\mu = 0.3$ (co jest możliwe w przypadku zanieczyszczenia kół) sprawność chwilowa może spaść nawet do wartości $\eta_c = 0,73$ [Tryliński, s. 378].

² ponieważ pracę sił tarcia wewnętrznego w materiale zębów metalowych i z twardych tworzyw sztucznych można pominąć ze względu na znikome odkształcenia



Rys. 4. 10. Sprawność chwilowa w funkcji kąta obrotu kół

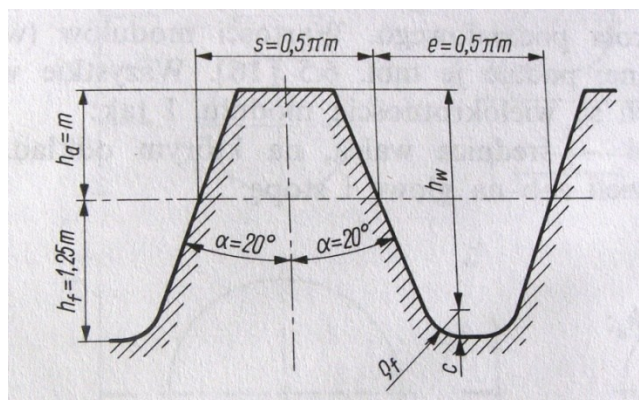
Z rysunku 10 widać, że sprawność średnia może być wyznaczona ze wzoru [Ochęduszek, s. 99, wzór I-66a]:

$$\eta_{sr} = 1 - k \cdot y^2 \cdot \mu \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \quad (4.19)$$

gdzie $k = \frac{8}{\pi \cdot \sin^2(2\alpha)}$, y – współczynnik wysokości zęba (normalnie $y=1$). Zatem sprawność rośnie gdy liczba zębów rośnie i współczynnik tarcia μ maleje.

Zarys odniesienia

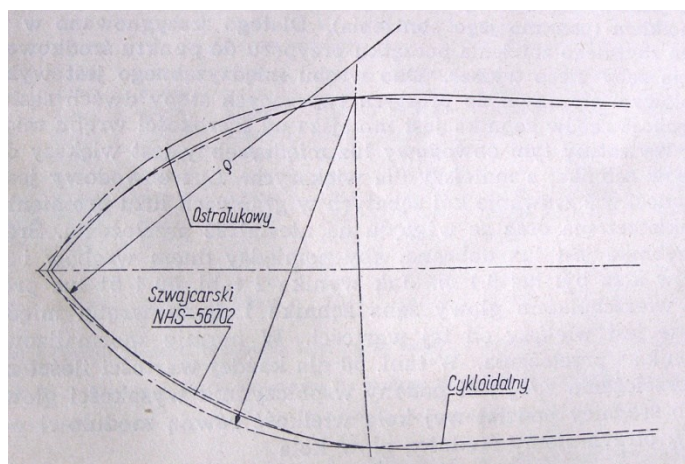
Gdy liczba zębów rośnie do nieskończoności (zatem także średnica koła rośnie do nieskończoności), ewolwenta staje się linią prostą (rys. 4.11), także wszystkie okręgi (Rys. 4.4) stają się liniami prostymi. Otrzymuje się *zarys odniesienia* koła. Taki kształt ma listwa zębata (Rys. 4.2) a także taki profil ma frez modułowy (Rys. 4.13 i 4.14).

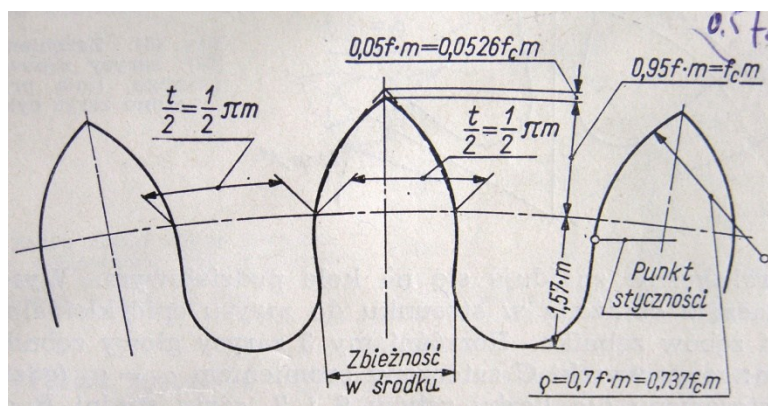


Rys. 4.11. Zarys odniesienia: to jest zarys koła o zazębieniu ewolwentowym dla nieskończenie wielkiej liczbie zębów (i nieskończenie wielkiej średnicy)

Zarys cykloidalny

Gdy potrzebna jest przekładnia 'przyspieszająca' o małym przelozeniu $i = 1/a$, gdzie a jest rzędu 7 lub więcej, wówczas zarys ewolwentowy jest nieprzydatny i stosuje się zarys cykloidalny lub cykloidalny uproszczony, zwany zegarowym. Są to zarysy ostrołukowe (Rys. 4.12).





Rys. 4.12. Przykładowe zarysy: cykloidalny, ostrolukowy i szwajcarski zęba koła (48 zębów) napędzającego małe koło (6 zębów) [Tryliński s. 393 rys. 463]

Wytrzymałość zęba

Najbardziej obciążona jest podstawa zęba. Działają tam jednocześnie trzy składowe siły, pochodzące od rzeczywistej siły międzyzębnej F : ścinająca, zginająca i ściskająca. Zatem przekrój powinien być taki, aby naprężenie zredukowane było mniejsze od dopuszczalnego. Przekrój zależy od modułu i szerokości wieńca.

Obliczenia wytrzymałościowe prowadzi się na zginanie, na naciski powierzchniowe i na nagrzewanie. Orientacyjnie można sprawdzić następujący warunek [Mały Poradnik Mechanika, s. 175] :

$$m \geq \sqrt{\frac{F_t}{\Psi \cdot \lambda \cdot k_g}} \quad (4.20)$$

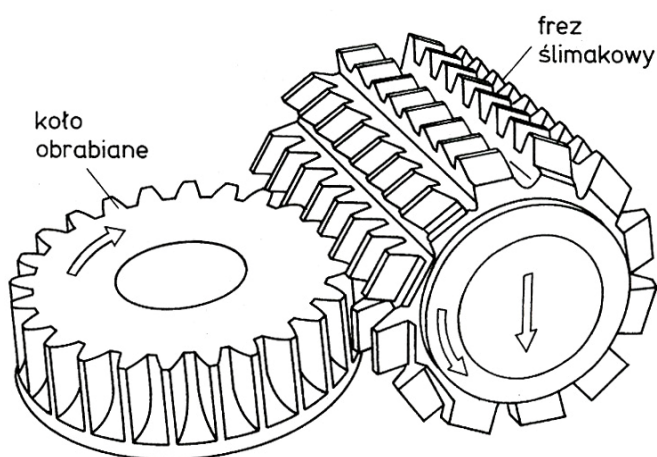
gdzie $\psi = \frac{b}{m}$, b jest szerokością wieńca koła, λ jest współczynnikiem, k_g jest dopuszczalnym naprężeniem na zginanie. Ten wzór może służyć tylko do bardzo zgrubnego oszacowania jaki moduł jest niezbędny aby ząb nie uległ złamaniu. Ponadto trzeba sprawdzić ząb na naciski powierzchniowe, oraz na nagrzewanie (dla przekładni szybko-obrotowych).

Konflikt między gabarytami przekładni a sprawnością

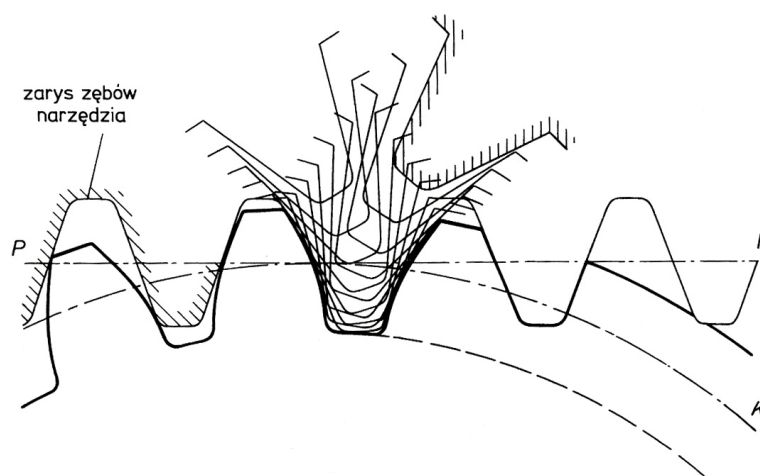
W mechatronice najczęściej żąda się, aby dla zadanego przelżenia, prędkości i mocy przekładni miała jak największą sprawność i jak najmniejsze gabaryty. Ponieważ moduł zależy od mocy i prędkości, zatem zmniejszenie gabarytów (czyli średnic) uzyskać można zmniejszając liczbę zębów, ale to pogarsza sprawność. Ponadto, dla zazębienia ewolwentowego liczba zębów nie powinna być mniejsza niż 10 do 14.

Wykonywanie kół zębatych

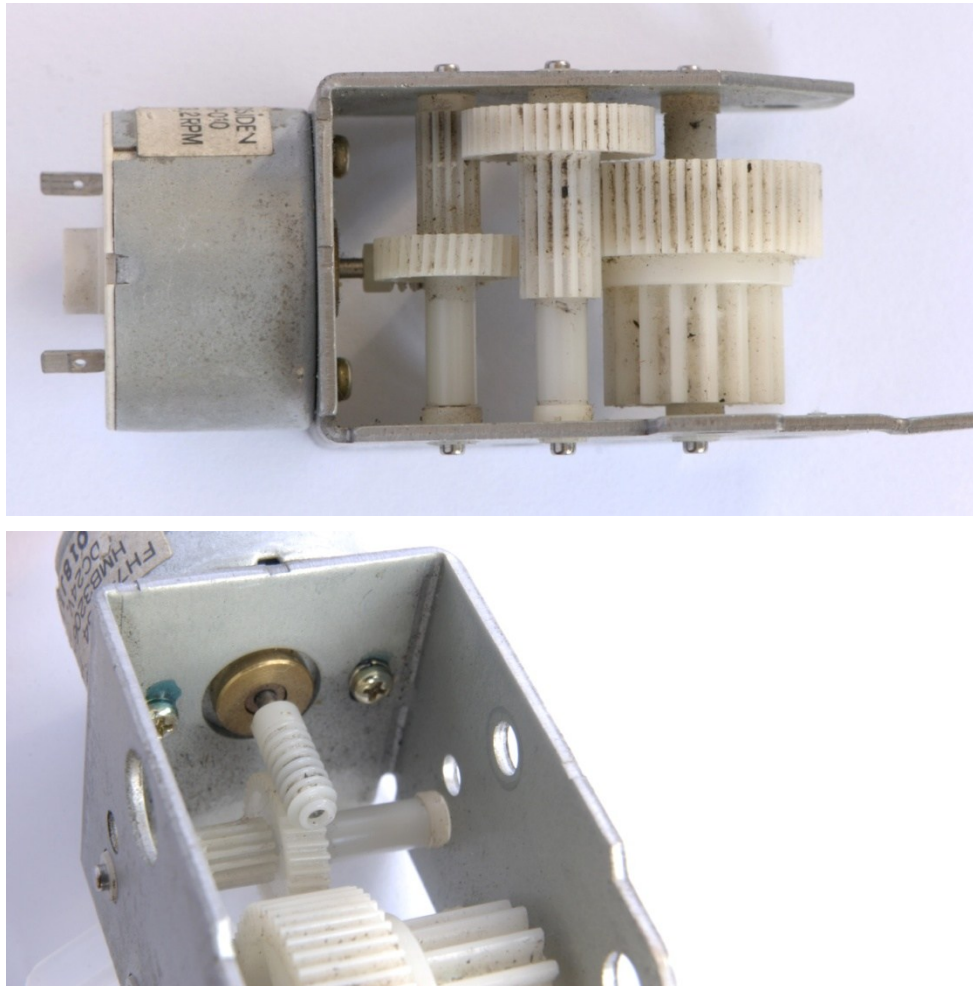
Za pomocą frezowania obwiedniowego (rys. 4.13 i 4.14) lub metodą wtryskową, z tworzyw sztucznych



Rys. 4.13. Obwiedniowe frezowanie koła zębatego za pomocą tzw. modułowego freza ślimakowego: obrabiane koło obraca się, frez obraca się wokół swojej osi i jednocześnie powoli przesuwa się ku dołowi



Rys. 4.14. Kształtowanie obwiedniowe uzębienia: PP – linia podziałowa wirtualnej zębatki toczonej się po okręgu podziałowym K koła nacinanego



Rys. 4.15. Przykład napędu z silniczkiem elektrycznym, przekładnią ślimakową i 2-stopniową przekładnią zębatą o zębach prostych, koła wykonane z poliamidu; przekładnia niesmarowana, bardzo małej mocy, praca przerywana (nieciągła), dlatego nie grozi przegrzanie i można zrezygnować ze smarowania

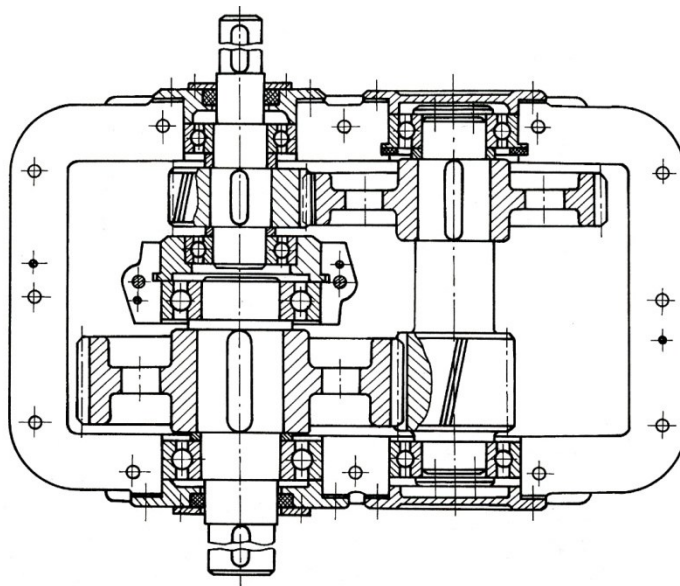
Układy konstrukcyjne

Podstawowym wymaganiem – prócz mocy i prędkości – jest całkowite przełożenie przekładni. Ono decyduje o doborze układu konstrukcyjnego.

Na rysunku 4.15 pokazano przykład drobnomodulowej, wielostopniową przekładni małej mocy, a na rys. 4.16 przykład maszynowej przekładni większej mocy.

Zęby skośne zapewniają płynną współpracę, tzn. zwiększają liczbę par zębów jednocześnie będących w przyporze.

Przełożenie zależy od liczby zębów. Najmniejsza liczba zębów jest 8 – 12, a największa rzędu 70 – 85 (co wynika z ograniczeń wykonawczych). Zatem na jednym stopniu można uzyskać przełożenie do 10, wyjątkowo nieco więcej. Jeśli więc wymagane przełożenie ma być większe (do 100), stosuje się przekładnię dwustopniową. Przełożenie całkowite jest iloczynem przełożeń kolejnych stopni, np. dla dwóch: $i = i_1 \cdot i_2$



Rys. 4.16. Przykład konstrukcyjny skrzynki przekładniowej większej mocy, dwu-stopniowej; wałki łożyskowane na łożyskach tocznych: widok przekładni po zdjęciu górnej pokrywy skrzynki przekładniowej

Jeśli przełożenie ma być większe, zamiast dodawać kolejne stopnie przekładni czołowych używa się zwykle przekładni planetarnych lub śrubowych. Bardzo duże przełożenie (powyżej 1000) można uzyskać w przekładni falowej.

Istotnym problemem konstrukcyjnym jest gdy potrzebna jest tzw. przekładnia 'przyspieszająca' tzn. o przełożeniu mniejszym od jedności $i = 1/a$, gdzie a jest dużą liczbą. Tak jest na przykład w zegarze o napędzie sprężynowym, w którym bęben ze sprężyną wykonuje tylko kilka obrotów, na przykład nie więcej niż 8, i to przesunięcie należy zamienić na 7 dni x 24 godziny x 60 minut = 10080 pełnych obrotów wskazówki sekundowej, zatem przełożenie musi być 1/1260. Potrzebna więc byłaby przekładnia czterostopniowa, każda o przełożeniu około 1/6.

Sprawność takiej przekładni byłaby nieduża, rzędu $0,85^4 = 0,52$ ³, zatem sprężyna musiałaby być duża i ciężka, i cały zegar duży i ciężki.

Aby zmniejszyć gabaryty napędu i przekładni, konstruktorzy zegarów i zegarków zastosowali zarys cykloidalny, który umożliwia zbudowanie przekładni przyspieszającej z kołem napędzającym o małej liczbie zębów (nawet 6), zatem o przełożeniu jednego stopnia nawet 1/10 i jednocześnie o dobrej sprawności.

Jeśli należy zmienić położenie osi obrotu w przestrzeni, używa się przekładni kątowych.

Przekładnie z kołami o zębach śrubowych

Linia zęba jest linią śrubową (Rys. 4.17) (ale można przyjąć że jest linią skośną). W porównaniu do przekładni o zębach prostych zalety takiej przekładni są następujące:

- ząb wchodzi w przypór stopniowo, co powoduje bardziej płynną współpracę kół;
- zęby śrubowe mają większą wytrzymałość;
- można wykonać zębnik (czyli małe koło) o mniejszej liczbie zębów.

Wadą jest powstająca siła wzdłużna obciążająca łożyska osiowo.

Przekładnie kątowe

Przekładnie kątowe umożliwiają zmianę kierunku osi obrotu w przestrzeni (Rys. 4.17).

³ Dla przełożenia 8, dla współczynnika tarcia 0,2 sprawność wynosi tylko 0,78 [Tryliński, s. 359]

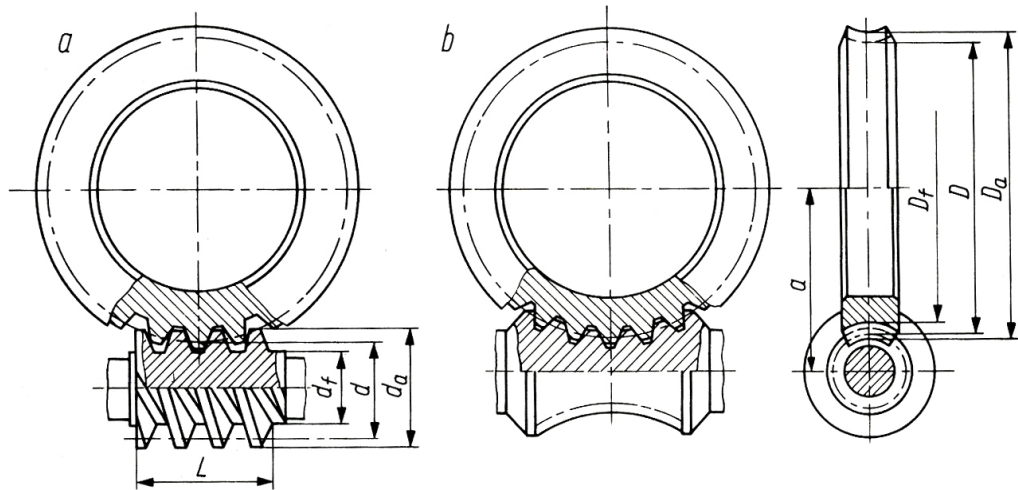


Rys. 4.17. Przekładnie drobnomodulowe, frezowane w mosiądzu: walcowa o zębach skośnych (u góry) i kątowna (u dołu)

Przekładnie ślimakowe

Składa się ze ślimacznicy i ślimaka. W prostych wykonaniach ślimak ma postać śruby a ślimacznica – koła zębatego o skośnych zębach (patrz fotografia rys. 4.19).

Główną zaletą jest duże przelozienie, samohamowność (jeśli potrzebna) i cicha praca. Główną wadą: bardzo mała sprawność η (rzędu 0,5) zatem powstaje konieczność dobrego smarowania.



Rys. 4.18. Przekładnia ślimakowa: a) ze ślimakiem walcowym; b) ze ślimakiem globoidalnym
– równomierny nacisk powierzchniowy umożliwia przeniesienie dużych sił



Rys. 4.19. Prosta realizacja miniaturowej przekładni ślimakowej: ślimacznicą ma postać zwykłego koła zębatego o zębach prostych, ślimak ma postać śruby

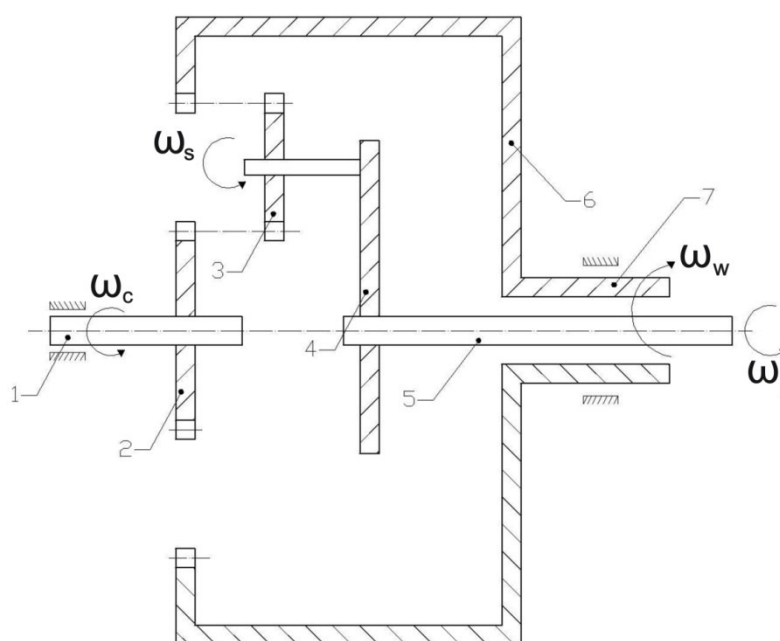
Przekładnie planetarne (obiegowe)

Cechą charakterystyczną przekładni planetarnych jest to, że jedna z osi przekładni wiruje w przestrzeni wokół innych kół. Mogą mieć różne realizacje konstrukcyjne: na przykład mogą mieć koła z uzębieniem zewnętrznym (jak na rys. 4.24) lub z uzębieniem wewnętrznym (jak na rys. 4.20, 4.22, 4.23).

Główną zaletą jest duże przelozienie. Ponadto przenoszony moment rozkłada się na kilka równoległe pracujących par zębów co zwiększa wytrzymałość przekładni i umożliwia zmniejszenie jej wymiarów. Jednak ma też wadę: z powodu zwiększenia liczby kół i łożysk ma większe opory tarcia, zatem nieco mniejszą sprawność.

Ideowy schemat prostej (jednostopniowej) przekładni planetarnej pokazano na rysunku 4.20 (dla ułatwienia zrozumienia pokazano tylko górną połowę, oraz wysunięto koło planetarne 3 w prawo). Przekładnia składa się z trzech zespołów; są to:

- Walek 1 na którym osadzone jest koło zębate 2 (bywa nazywane słonecznikowym);
- Walek 5 na którym osadzona jest tarcza 4 (zwana jarzmem); w jarzmie osadzona jest nieruchomo oś na której obraca się koło planetarne 3 (tych kół może być kilka na obwodzie tarczy 4, jak pokazano na fotografii dalej);
- Koło zewnętrzne W (6) (tu pokazano z uzębieniem wewnętrznym), osadzone na tuleji 7.



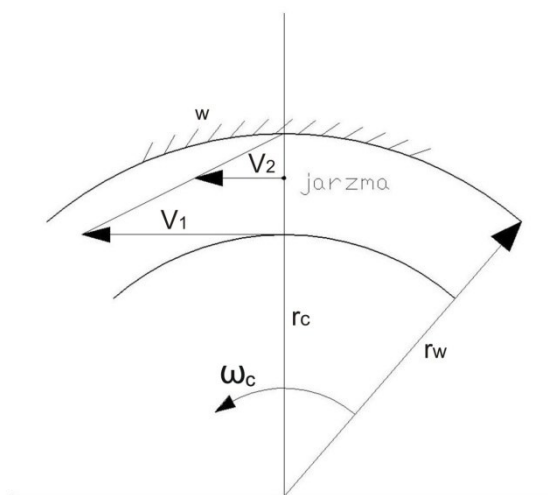
Rys. 4. 20. Schemat jednostopniowej przekładni planetarnej: 1, 2 – walek i koło centralne (tzw. słonecznikowe), 3 – koło planetarne (jedno lub kilka), 4, 5 – jarzmo i jego walek, 6, 7 – koło zewnętrzne osadzone na tuleji 7

Koła planetarne zazębiają się jednocześnie z kołem słonecznikowym 2 i z kołem 6. Jak widać, przekładnia planetarna ma trzy wyjścia: jest to prędkość (lub kąt obrotu) ω_c , walek 1 prędkość ω_j walek 5 i prędkość ω_w tulei 7. Jeśli wymusimy dwa ruchy, można obliczyć trzecie. Przekładnia wykonuje operację sumowania kątów: obrót trzeciego walek jest sumą wymuszonych przesunięć pozostałych dwóch. Inne zastosowanie to napęd dwóch niezależnych odbiorników z jednego źródła: np. napęd mechanizmu obrotu wskazówek i mechanizmu bicia ze wspólnej sprężyny napędowej albo z mechanizmu obciążnikowego. Innym przykładem jest niezależny

napęd kół samochodu z jednego silnika. Taka przekładnia nazywa się *mechanizmem różnicowym*.

Zazwyczaj jednak jedno z kół jest unieruchomione, i wówczas przekładnia ma jedno wejście i jedno wyjście (rysunek 4.22).

Wyznamy przełożenie, gdy unieruchomione jest koło zewnętrzne 6 (Rys. 4.20), jak na rys. 4.23, gdzie stanowi obudowę przekładni. Dana jest prędkość kątowna ω_c wałka centralnego 1, szukamy prędkości obrotowej ω_j wałka 5 czyli jarzma 4. Rysunek 4.21 pokazuje rozkład prędkości stycznych.



Rys. 4.21. Rozkład prędkości stycznych dla przypadku unieruchomionego koła zewnętrznego (jak na rys. 4.22, wariant 3)

Prędkość obwodowa koła centralnego:

$$V_1 = r_c \cdot \omega_c \quad (4.21)$$

jest zarazem prędkością obwodową satelitów.

Z proporcji geometrycznej prędkość osi satelitów jest:

$$V_2 = \frac{1}{2} V_1 \quad (4.22)$$

Zatem z równań (4.21) i (4.22):

$$V_2 = \frac{1}{2} r_c \cdot \omega_c \quad (4.23)$$

Ale jednocześnie prędkość kątowna jarzma wymusza prędkość obwodową osi jarzma:

$$V_2 = \omega_j \cdot (r_c + r_s) \quad (4.24)$$

gdzie r_s jest promieniem koła-satelity 3 a r_c jest promieniem koła centralnego.

Po porównaniu stronami: $r_c \cdot \omega_c = 2 \cdot (r_c + r_s) \cdot \omega_j$

stąd szukane przełożenie:

$$i = \frac{\omega_c}{\omega_j} = 2 \cdot \left(1 + \frac{r_s}{r_c}\right) \quad (4.25)$$

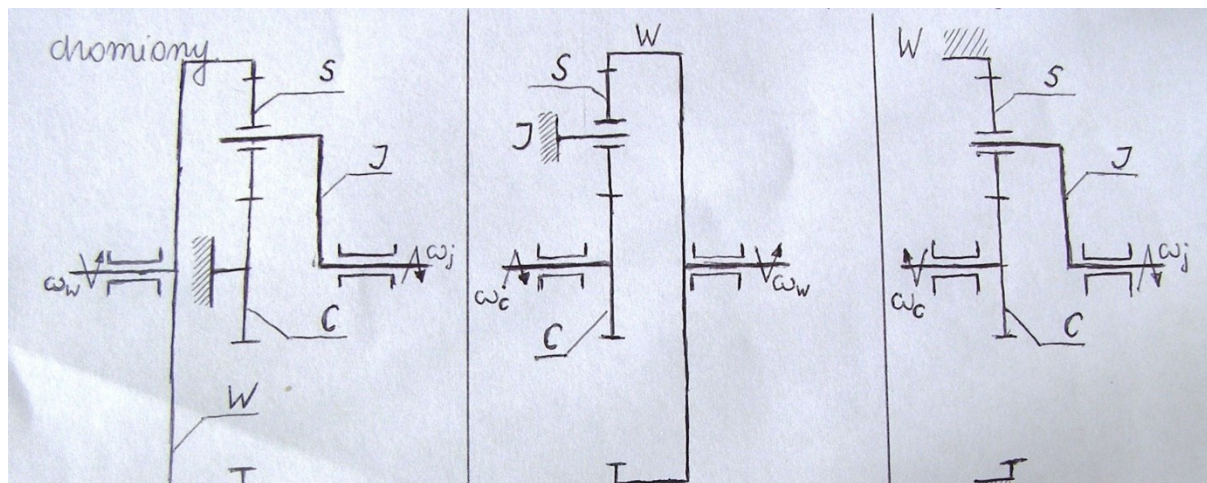
Ponieważ $r_s = \frac{d_{ps}}{2} = \frac{m \cdot z_s}{2}$, i wszystkie koła mają ten sam moduł m , zatem także:

$$i = \frac{\omega_c}{\omega_j} = 2 \cdot \left(1 + \frac{z_s}{z_c}\right) \quad (4.26)$$

gdzie z_s jest liczbą zębów koła 3 (satelity), a z_c jest liczbą zębów koła centralnego.

Jeśli uwzględnić, że $2r_s = r_w - r_c$, to wzór (4.26) można zapisać także:

$$i = \frac{\omega_c}{\omega_j} = 1 + \frac{z_w}{z_c} \quad (4.27)$$



Rys. 4.22. Trzy możliwości pracy jednostopniowej przekładni planetarnej: 1) unieruchomione koło centralne, przelozienie $i = \frac{\omega_w}{\omega_j} = 1 + \frac{z_c}{z_w}$; 2) unieruchomione jarzmo, przelozenie $i = \frac{\omega_c}{\omega_w} = \frac{z_w}{z_c}$; 3) unieruchomione koło zewnętrzne, przelozenie $i = \frac{\omega_c}{\omega_j} = 1 + \frac{z_w}{z_c}$;



Rys. 4.23. Przekładnia obiegowa (planetarna) ręcznej wiertarki (widać ponadto wylamane zęby)

Rozwiązanie pokazane na rysunku 4.23 zapewnia jednoczesną współpracę czyli równoległe obciążenie trzech par kół i rozłożenie naprężeń, dzięki czemu uzyskano miniaturowość, ponieważ można zastosować mniejszy moduł kół zębatych. Natomiast przelozienie jednego stopnia przekładni planetarnej także można powiększyć przez to, że koło 2 nie współpracuje bezpośrednio z kołem 6 i dlatego można zwiększyć stosunek ich liczby zębów bez pogorszenia warunków współpracy, np. koło 2 może mieć 10 zębów, koło 3 może mieć 40, a koło 6 mogłoby mieć 180, i przelozienie jednego stopnia przekładni planetarnej byłoby

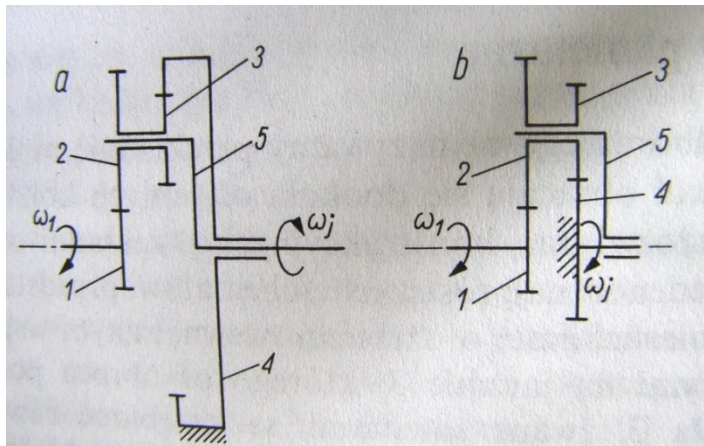
$$i = \frac{\omega_c}{\omega_j} = 1 + \frac{z_w}{z_c} = 1 + \frac{180}{10} = 19$$

Przekładnie planetarne dwustopniowe

Istotnie duże przelozienia uzyskuje się w przekładni planetarnej **dwustopniowej**. Dwa przykłady układu konstrukcyjnego pokazano na rysunku 4.24. Na przykład dla wariantu (a) (rysunek 4.24a) unieruchomione jest koło zewnętrzne (4), czynnym jest koło środkowe (1) a jarzmo (5) jest elementem wyjściowym przekładni. Przelozienie wynosi:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_j} = 1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} \quad (4.28)$$

i można uzyskać wartość przełożenia niemal do 100.



Rys. 4. 24. Schematy **dwustopniowej** przekładni planetarnej (podwójnej): a) przekładnia z zatrzymanym kole zewnętrznym 4, z uzębieniem wewnętrznym, b) przekładnia z uzębieniem zewnętrznym, z zatrzymanym kołem 4 [6.50 Oleksiuk s. 226]

Natomiast dla układu w którym unieruchomione jest koło 4 (rys. 24b) przełożenie wynosi:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_j} = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} \quad (4.29)$$

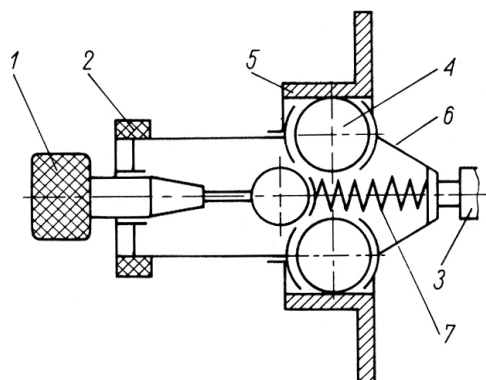
zatem jeśli liczby zębów zostaną tak dobrane, że $z_1 \cdot z_3 \cong z_2 \cdot z_4$ to można uzyskać bardzo duże przełożenie.

Jeśli wszystkie osie są swobodne, tzn. przekładnia ma **dwa stopnie** swobody, związek między prędkościami jest następujący:

$$\omega_j = \frac{\omega_1 - \omega_4 i}{1 - i} \quad (4.30)$$

gdzie $i = \frac{\omega_1}{\omega_4} = -\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$ i przekładnia jest *przekładnią różnicową*.

Przekładnia planetarna może być także konstrukcyjnie zrealizowana w wersji ciernej. Przykład konstrukcji pokazano na rysunku 4.25 i 4.26a.

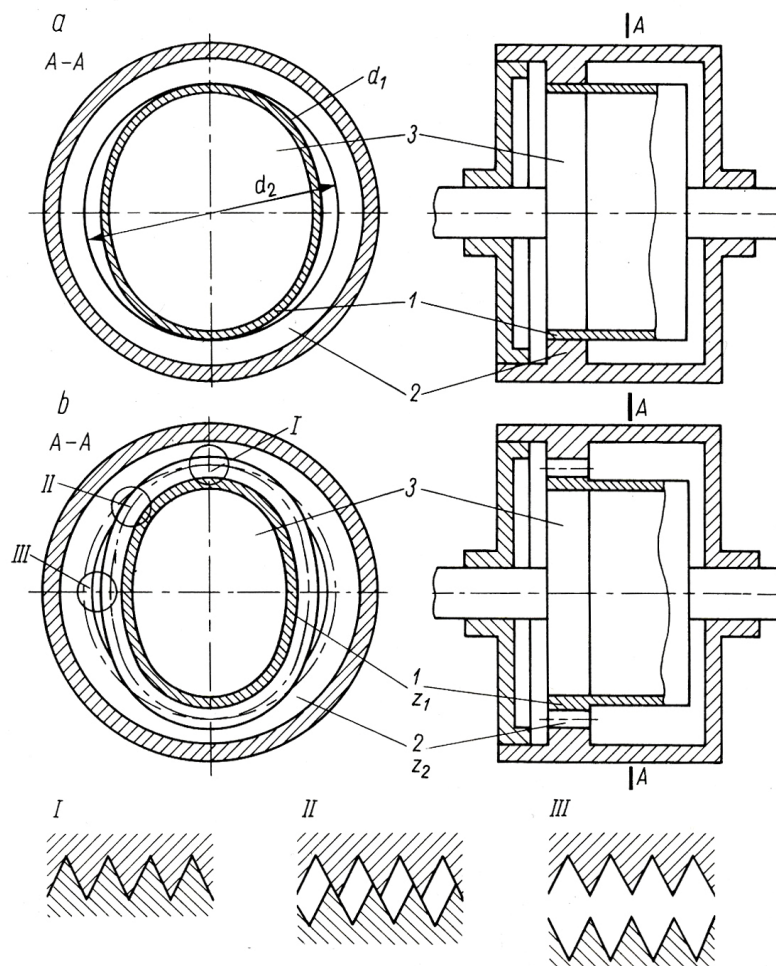


Rys. 4.25. Przekładnia cierna w wersji planetarnej: 1 – koło centralne, 2, 3 i 6 – jarzmo (koszyk z kulkami), 5 – koło zewnętrzne (nieruchome)

Przekładnie falowe

Przekładnia falowa składa się z trzech podstawowych elementów (rysunek 4.26): generatora fali (3), podatnego wieńca (1) i nieruchomej obudowy. Generator fali ma postać owalnej krzywki lub tarczy z niecentrycznie przytwierdzonymi rolkami. Jest sztywno związany z wałkiem wejściowym.

Podatny wieńiec ma kształt wydłużonej cienkościennej tulei (po to aby zapewnić jej dużą odkształcalność). Tuleja ta jest osadzona na wałku wyjściowym. Na drugiej stronie (lewej na rysunku) tuleja ma uzębienie zewnętrzne, współpracujące z wewnętrznym uzębieniem nieruchomej obudowy. Moduły uzębienia są jednakowe, jednak liczba zębów tulei jest mniejsza niż obudowy. Zazębiają się (faza I) tylko w tych miejscach (w dwóch przeciwległych lub w jednym), gdzie są dociskane przez generator 3. Te miejsca krążą po obwodzie, tak jak krzywka 3. Na rysunku pokazano je w chwilowym położeniu u góry i u dołu. Potem się wyzębniają. Miejsca gdzie są zazębione krążą po obwodzie nieruchomej obudowy.



Rys. 4.26. Zasada działania przekładni falowej a) ciernej, b) zębatej: 1 – wieniec podatny, 2 – tuleja sztywna, 3 – generator fali (człon wejściowy), I, II, III – wzajemne usytuowanie zębów podatnego wieńca i sztywnej tulei w kolejnych fazach wzajemnego położenia, ze zmieniającym się odkształceniem wieńca



Rys. 4.27. Działanie generatora fali

Ponieważ liczba zębów tulei jest mniejsza, po pełnym obrocie (o kąt 2π) generatora 3 wieniec 1 musi się

obrócić o niewielki kąt $\Delta\varphi_2$, odpowiadający różnicy liczby zębów. Zatem na jeden pełny obrót generatora wypadnie kąt obrotu wieńca odpowiadający różnicy zębów sztywnej tulei 2 (z_1) i wieńca 1 (z_2): $z_1 - z_2$.

Można zapisać proporcję kątów do liczby zębów:

$$\frac{\Delta\varphi_2}{2\pi} = \frac{z_1 - z_2}{z_1} \quad \text{stad} \quad \Delta\varphi_2 = \frac{2\pi}{z_1} (z_1 - z_2)$$

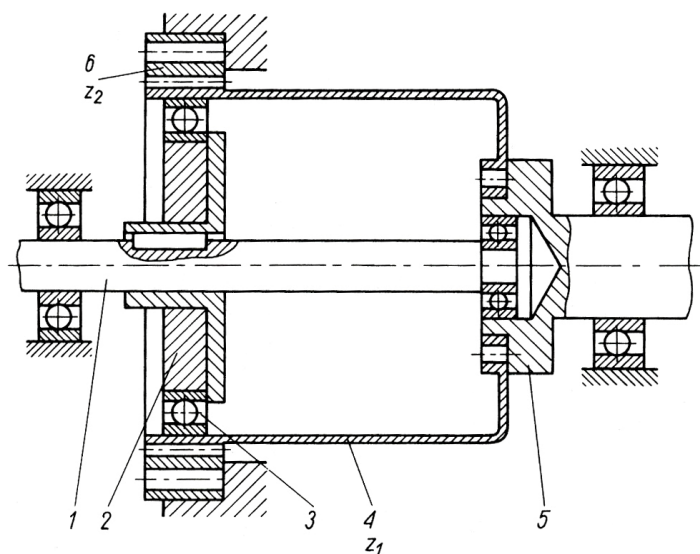
Przełożenie przekładni zdefiniowane jako: $i = \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2}$

będzie:

$$i = \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{z_1}(z_1 - z_2)} = \frac{z_1}{z_1 - z_2} \quad (4.31)$$

Na przykład dla $z_1 = 60$ i $z_2 = 59$ kąt $\Delta\varphi_2$ wyniesie $1/60$ kąta pełnego, a przełożenie będzie 60.

Na rysunku 4.26 w górnej jego części pokazano przekładnię falową cierną; zamiast zazębienia, powiązanie między obudową i wieńcem jest cierne.



Rys. 4.28. Przykład rozwiązania konstrukcyjnego falowej przekładni zębatej; 1 – wałek wejściowy, 2 – krzywka generatora, 3 – łożysko toczne podatne, 4 – wieńiec podatny, 5 – wałek wyjściowy, 6 – koło zębate stałe

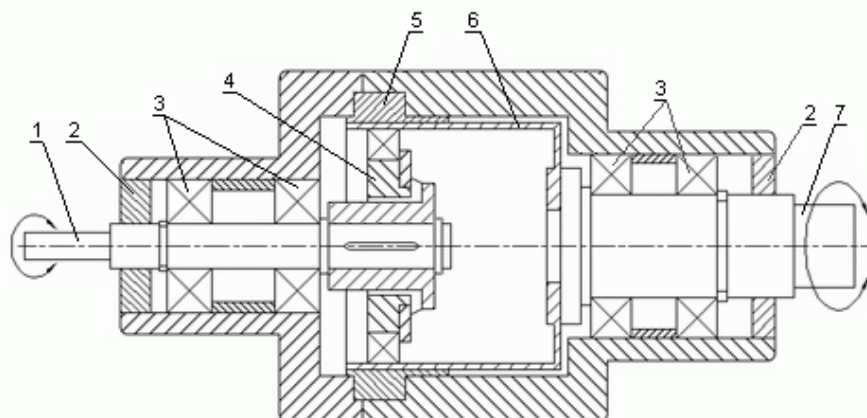
Główne własności przekładni falowej są następujące:

- sprawność 0,7-0,85;
- przełożenie 1:50-1:300;

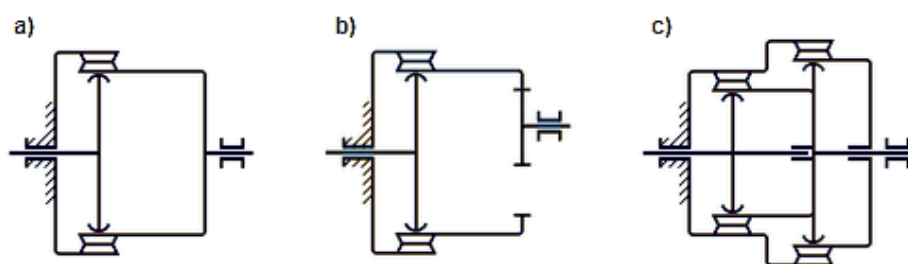
- cichobieżność;
- duża liczba par zębów współpracujących przy małych prędkościach wejścia w przypór;
- praktycznie brak luzów.

Do niedostatków przekładni falowej można zaliczyć:

- duże wymiary;
- wieniec musi być cienkościenny, bo pracuje cały czas w warunkach sprężystego odkształcenia. Nie oznacza to wcale, że jest delikatny: okazuje się, że taki „kubek” ze ścianką o grubości 2 mm ma wytrzymałość na skręcanie równą wytrzymałości sporego wału o średnicy 85 mm;
- niewielka sprawność.



Rys. 4.29. Przekładnia falowa: szkic konstrukcji: 1 - wał wejściowy, 2 - pierścień uszczelniający, 3 – łożyska wałka wejściowego i wałka wyjściowego, 4 - generator fali z osadzonymi na nim łożyskami, 5 - koło sztywne z zazębieniem wewnętrznym, 6 - wieniec podatny, 7 - wał wyjściowy.



Rys. 4.30 Schematy kinematyczne przekładni wielostopniowych
a - przekładnia falowa pojedyncza,

- b - przekładnia kombinowana falowo-zębata,
- c - przekładnia podwójna.

Motoreduktory i wariatory

Jest to popularna handlowa nazwa na silnik z przekładnią, które są zablokowane konstrukcyjnie w jedną całość, często wraz z hamulcem i sprzęgłem. Na przykład firma Crouzet Automatismes oferuje takie jednostki o mocy 1 do 200 W, zasilane napięciem 12, 24 lub 48 V. Mają nast. parametry :

- Średnica: 24 do 63 mm
- Moment: 0.5 do 25 Nm, z różnymi przekładniami, z encoderami, z hamulcami.



Rys. 4.31. Przykład motoreduktora



Rys. 4.32 Motoreduktor z przekładnią ślimakową średniej mocy do 1,5 kW i moment wyjściowy do 166 Nm. (prod. Siemens)

Eksploatacja przekładni

Koła zębate powinny być smarowane.

Podstawową czynnością eksploatacyjną jest zapewnienie odpowiedniego smarowania. Cele smarowania są następujące:

- Zmniejszenie oporów tarcia;
- Zmniejszenie zużycia;
- Odprowadzenie ciepła z rejonu styku zębów (chłodzenie zębów);
- Wypłukanie produktów zużycia z rejonu styku zębów;

- Ochrona przed korozją (przez odcięcie dostępu wody i innych korozyjnych czynników do powierzchni zębów).

W przekładniach dużej mocy instaluje się smarowanie obiegowe albo rozbryzgowe (koło porywa smar z miski olejowej) co intensyfikuje te ostatnie funkcje smarowania.

Szybkoobrotowe przekładnie napędowe zazwyczaj zamknięte są w szczelnej obudowie i smarowane są olejem, który znajduje się w dolnej części obudowy (tzw. miska olejowa) i jedno z kół jest częściowo zanurzone w oleju. W budowie maszyn w przekładniach szybkoobrotowych większej mocy (np. w silniku samochodowym) olej jest dostarczany obiegowo, przez pompę, jest też filtrowany i może być specjalnie chłodzony.

Przekładnie wolnoobrotowe i przekładnie pomocnicze mogą być smarowane smarem stałym, który służy tylko do zmniejszenia sił tarcia.

W urządzeniach mechatronicznych unika się obsługi, i spotyka się następujące rozwiązania.

1. Hermetyczna obudowa wypełniona olejem;
2. Otwarta budowa, sporadyczne smarowanie smarem stałym;
3. Koła wykonane z ceramiki metalowej, próżniowo nasycone smarem;
4. Koła wykonane z tworzyw sztucznych, bez smarowania: to jest dopuszczalne w przypadku małej mocy lub sporadycznej pracy przekładni, gdy nie grozi jej przegrzanie.

Rozwiązania 1,3 i 4 nie wymagają obsługi.

Efektywne smarowanie wymaga okresowej wymiany smaru, co jest kłopotliwe. Dlatego w mechatronice – w przypadku przekładni małej mocy (tzn. małej wartości iloczynu prędkości i momentu) – stosuje się rozwiązania uproszczone:

- Zalanie przekładni syntetycznym olejem o zwiększonej trwałości i hermetyczne zamknięcie w obudowie (jak np. w tzw. motoreduktorach);
- Rezygnacja ze smarowania (np. w przypadku kół wykonanych z tworzyw sztucznych w mechanicznych urządzeniach informatyki);
- Wykonanie kół z tzw. materiałów samosmarujących – są to porowate spieki z proszków metali, próżniowo nasycone smarem przed montażem.

Jeśli przekładnia pracuje sporadycznie i nie grozi przegrzanie wówczas można zrezygnować ze smarowania, tym bardziej jeśli koła są wykonane z mosiądzu lub tworzywa sztucznego (nie ma zagrożenia korozją) i jeśli nie zależy na jak najmniejszych oporach tarcia.

Literatura

[Hildebrandt] Hildebrandt S.: Feinmechanische Bauelemente. VEB Verlag Technik Berlin 1967

[Mały Poradnik Mechanika] : Mały poradnik mechanika. Praca zbiorowa. Warszawa, 1988

[Ochęduszek] Ochęduszek Kazimierz: Koła zębate, WNT, Warszawa 1974, 1976

[Oleksiuk] Oleksiuk W., Paprocki W., Konstrukcja mechanicznych zespołów sprzętu elektronicznego”. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności Warszawa 1989

[Osiński] Osiński Z. (red): Podstawy Konstrukcji Maszyn. PWN W-wa 1999

[Poradnik] Oleksiuk W. (red): Konstrukcja przyrządów i urządzeń precyzyjnych. WNT Warszawa 1996

[Tarnowski] Tarnowski W.: Technika Drobnych Konstrukcji. Wydawn. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1977

[Tryliński] Tryliński W.: Drobne Mechanizmy i Przyrządy Precyzyjne. WNT Warszawa 1978

<http://pcws.ia.polsl.pl/falowe/typy.htm>

http://www.mt.com.pl/archiwum/06_2006_s.36-38.pdf